* Modelo cinemático robot móvil omnidireccional

Para la realización del modelo cinemático, se asumió que el robot está colocado en una superficie con referencia inercial y que tendrá sus propias coordenadas (locales), fijadas por el centro de su masa.

Diagrama, Dibujo de ingeniería, Esquemático

Descripción generada automáticamenteDiagrama, Dibujo de ingeniería, Esquemático

Descripción generada automáticamente

Figura 31. Disposición de las ruedas Mecanum y sistemas de coordenadas

Nomenclatura: en la tabla 6 se presentará la notación que se utilizó a lo largo de esta sección.

Tabla 6. Nomenclatura de la figura 31.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Velocidad del robot en los ejes y |
|  | Velocidad angular |
|  | Ángulo generado por el eje del plano y el eje del robot |
|  | Velocidad correspondiente a las revoluciones de las ruedas |
|  | Velocidad tangencial del rodillo en contacto con el suelo |
|  | Velocidad de las ruedas en los ejes y |
|  | Radio de la rueda |
|  | Velocidad de rotación de las ruedas |
|  | Distancia longitudinal y lateral de las ruedas al centro de la masa |
| Α | Ángulo de compensación de los rodillos de las ruedas Mecanum |

La velocidad resultante de las ruedas al estar sujetas un cuerpo, en este caso a la plataforma del robot, se puede expresar de la siguiente manera:

Donde se define que es la suma de la componente lineal que otorga   
 más la componente en de y que es igual a la componente en de con su signo correspondiente. Por otra parte, α se designó como un ángulo típico de .

Además, dado que las ruedas están sujetas a un cuerpo, la velocidad de las ruedas tiene una relación con la velocidad del cuerpo, por lo cual se obtuvo las siguientes ecuaciones:

Debido a que las velocidades y se obtienen a partir de , y , como se muestra en las ecuaciones anteriores. Utilizando las ecuaciones (1) a (8), se obtuvo un sistema de ecuaciones.

Despejando de de las ecuaciones (1) a (4).

Sustituyendo los despejes anteriores en de las ecuaciones (1) a (4).

Sustituyendo y de las ecuaciones (5) a (8) en las ecuaciones (9) a (12).

Despejando de las ecuaciones anteriores .

Utilizando las ecuaciones (13) a (16) se formó el siguiente sistema:

Gráfico, Diagrama

Descripción generada automáticamente

Por otra parte, la velocidad del robot puedo ser obtenida a partir de la velocidad de las ruedas, esto mediante una matriz pseudoinversa como la siguiente ecuación:

Donde

Por lo tanto. Las ecuaciones directas de cinemática son las siguientes:

Sustituyendo por

Es importante denotar que, las velocidades del cuerpo se pueden expresar en el plano inercial como:

Donde es:

Finalmente, utilizando las ecuaciones (17) y (18), se obtuvo el modelo cinemático en el marco de referencias inercial junto con el espacio de estados.

Donde es una matriz identidad de tamaño , el ruido de medición o error de los sensores, , y

* Controlador robot móvil omnidireccional

La matriz de salida del sistema del robot móvil omnidireccional quedo como . Verificando la controlabilidad, se tuvo que:

Debido a que el determinante no puede ser definido porque se cuenta con una matriz no cuadrada, se optó por obtener el rango de , esto con la ayuda del programa MATLAB, dando como resultante que

El rango es igual al número de variables a controlar, por lo cual se realizó el uso de una matriz pseudoinversa.

Una vez conocido lo anterior se eligió el controlador para el sistema, el cual será por retroalimentación de error.

Para el diseño del controlador, primeramente, se definió la variable de error y se obtuvo su dinámica, con esto obtuvimos que, por definición, la señal de error es:

Y que la dinámica es la derivada del error

Donde es la referencia por seguir en el tiempo.

Posteriormente, se definió una dinámica deseada para el error que fuera estable y que forcé que , de tal manera que el error sea igual a cero y que la salida sea igual a la referencia.

Por lo tanto, la dinámica que cumple con las características fue:

Donde tuviera polos estables (reales negativos).

Finalmente, se obtuvo la ley de control mediante el despeje de la señal de control de la ecuación de la dinámica.

Tomando en cuenta el desarrollo anterior se replanteo el controlador con el objetivo de no depender de los estados y , sino únicamente de . Para eso el valor de C cambio a . Debido a este cambio se verifico nuevamente la controlabilidad, lo que resulto en que al igual que en el caso principal la determinante no puede ser definido porque se cuenta con una matriz no cuadrada y el rango de resulto en 1, pero a diferencia del caso anterior en este no se contaba con una matriz presudoinversa que permitiera la operación de la ley de control, por lo que se realizó el siguiente proceso:

Donde , , , , , y

Se despejo y se sustituyo su igualdad dada anteriormente.

Donde , , y , por lo tanto:

Se definió nuevamente una dinámica deseada para el error que fuera estable y que forcé que , de tal manera que el error sea igual a cero y que la salida sea igual a la referencia.

Por lo tanto, la dinámica vuelve a ser:

Finalmente, se obtuvo la ley de control mediante el despeje de la señal de control de la ecuación